

НАСТАВНИ ПРОГРАМ ЗА ПРЕДМЕТ: МАТЕМАТИКА
СТРУКА: ЕКОНОМИЈА, ПРАВО И ТРГОВИНА
ЗАНИМАЊЕ: ПОСЛОВНО-ИНФОРМАТИЧКИ ТЕХНИЧАР
РАЗРЕД: ДРУГИ
СЕДМИЧНИ БРОЈ ЧАСОВА: 3
ГОДИШЊИ БРОЈ ЧАСОВА: 102
ДАТУМ: јун 2024. године

ОПШТИ ЦИЉЕВИ

- Усвојити основне појмове из тригонометрије, савладати основне односе између тригонометријских функција;
- Стећи тачност и самопоуздање у извођењу операција са коријенима;
- Стећи тачност и прецизност у извођењу операција са степенима са рационалним експонентом;
- Проширити знање са скупа реалних бројева на скуп комплексних бројева;
- Стећи тачност и самопоуздање у извођењу рачунских операција са комплексним бројевима;
- Користити стечено знање у рјешавању задатака;
- Развијање аналитичког и логичког приступа рјешавању проблема;
- Усвојити основна знања и методологију рјешавања ирационалних једначина;
- Стећи тачност и самопоуздање у рјешавању задатака;
- Усвојити и проширити знања о функцији и инверзној функцији;
- Стећи тачност и прецизност приликом цртања графика експоненцијалне и логаритамске функције;
- Користити стечено знање у рјешавању задатака из других наставних предмета;
- Развити навике за тачност, систематичност, упорност и прегледност.

ПОСЕБНИ ЦИЉЕВИ

- Основно знање о математичким операцијама, познавање основа геометрије и усвојено знање првог разреда. Основно знање о степенима и коријенима, рјешавање алгебарских једначина.

ТЕМЕ

1. Степен са цијелим експонентом
2. Појам n -тог коријена и операције са корјенима
3. Појам комплексног броја и основне операције
4. Синусна и косинусна теорема
5. Квадратни трином и квадратна једначина
6. Квадратна функција
7. Квадратне неједначине
8. Степен са рационалним експонентом
9. Експоненцијална функција
10. Појам и особине логаритма. Логаритамска функција
11. Експоненцијалне и логаритамске једначине и неједначине
12. Мјерење и рачунање различитих статистичких величина на узорцима

Оквирни број часова за реализацију тема није дефинисан. Наставник ће приликом планирања и програмирања наставних садржаја, узимајући у обзир факторе попут нивоа постигнућа ученика, нивоа сложености наставне теме, потреба струке и занимања, и сл, одредити број часова потребан за њихову реализацију у оквиру теме. Теме чине обавезни дио Наставног програма, али немају обавезујући карактер што се тиче редослиједа њихове реализације.

ИСХОДИ

1. Степен са цијелим експонентом

Знања	Вјештине	Ставови/вриједности
Ученик ће бити способан да: - опише и дефинише појам степена са цијелим експонентом, разликује и разумије појмове степен, база (основа) и експонент (изложилац) степена	Ученик ће бити способан да: - помоћу правила степеновања врши операције са степенима - користи калкулатор или рачунар за рачунање степена	Ученик ће бити способан да: - поставља и анализира једноставнији проблем, - испланира његово рјешавање одабиром одговарајућих математичких појмова и поступака, ријеши га те

- наведе и објасни правила степеновања, те их примјени на конкретним примјерима - препознаје операције са степенима, наводи примјере и рјешава задатке -примијени, демонстрира и скицира односе међу наведеним особинама степена - рачуна вриједност израза у којем се појављују степени са цијелим експонентом - запише децимални број у стандардном облику, одреди ред броја - анализира и упоређује особине степена	- децималне бројеве записује у стандардном облику и обрнуто - доказује особине степеновања	- протумачи и вреднује рјешење и поступак; - примијени математичке појмове и поступке у различитим контекстима; - изгради ново математичко знање рјешавањем проблема и моделирањем ситуација; - конструктивно, аргументовано и креативно доприноси раду групе, усаглашавању и остварењу заједничких циљева;
---	---	--

2. Појам n -тог коријена и операције са коријенима

Знања	Вјештине	Ставови/вриједности
Ученик ће бити способан да: - разумије појам n-тог коријена из реалног броја - наводи особине корјеновања - обавља рачунске операције са коријенима - повезује операције степеновања и корјеновања, коријене записује као степен са рационалним експонентом и обрнуто.	Ученик ће бити способан да: - врши трансформације ирационалних израза: множење и дијељење коријена са истим експонентом, множење коријена са различитим експонентима, степеновање коријена, корјеновање корјена, скраћивање и проширивање коријена, дјелимично корјеновање; - врши рационалисање бројилоца и имениоца	Ученик ће бити способан да: - планира вријеме за учење и организује процес учења и управља њим; - развија идеје, истраживачки дух и навике да слуша друге и аргументује свој став/мишљење; - користи информационе технологије за чување, презентацију и обраду података - презентује и интерпретира рјешења у контексту датог проблема;

	разломка; - израчунава вриједности израза са коријенима са и без употребе калкулатора и рачунских апликација - преводи изразе записане као коријен у степен са рационалним експонентом и обрнуто.	
--	---	--

3. Појам комплексног броја и основне операције

Знања	Вјештине	Ставови/вриједности
Ученик ће бити способан да: - дефинише имагинарну јединицу и комплексни број - одреди квадратни коријен из негативног броја - представи комплексни број у алгебарском облику и прикаже га у комплексној равни, одреди реални и имагинарни дио комплексног броја - дефинише конјуговано -комплексне бројеве и одреди конјуговано – комплексни број заданом комплексном броју - израчуна модуо комплексног броја и представи га у комплексној равни - обавља рачунске операције са комплексним бројевима у алгебарском облику - одреди степен броја i	Ученик ће бити способан да: - представља комплексне бројеве у комплексној равни и одређује његове карактеристике - влада техникама вршења рачунских операција са комплексним бројевима -врши анализу проблемских задатака са комплексним бројевима, примјењује особине комплексних бројева на рјешавање задатака	Ученик ће бити способан да: - планира вријеме за учење и организује процес учења и управља њим; - развија идеје, истраживачки дух и навике да слуша друге и аргументује свој став/мишљење; - користи информационе технологије за чување, презентацију и обраду података - презентује и интерпретира рјешења у контексту датог проблема;

4. Синусна и косинусна теорема

Знања	Вјештине	Ставови/вриједности
Ученик ће бити способан да: - препознаје и наводи синусну и косинусну теорему - објашњава примјену синусне и косинусне теореме на рјешавање троугла - одређује непознате елементе троугла - врши примјену синусне и косинусне теореме на рјешавање проблема из геометрије, али и физике, технике, геодезије, ...	Ученик ће бити способан да: - одређује вриједности тригонометријских функција заданих у степенима (минутама и секундама) помоћу рачунарских апликација - врши анализу примјене синусне и косинусне теореме - процјењује најоптималнији начин израде задатака - дискутује рјешења задатака (посебно задатке из праксе)	Ученик ће бити способан да: - планира вријеме за учење и организује процес учења и управља њим; - развија идеје, истраживачки дух и навике да слуша друге и аргументује свој став/мишљење; - користи информационе технологије за чување, презентацију и обраду података - презентује и интерпретира рјешења у контексту датог проблема;

5. Квадратни трином и квадратна једначина

Знања	Вјештине	Ставови/вриједности
Ученик ће бити способан да: - објасни појам квадратног тринома - објасни појам непотпуне квадратне једначине и нађе рјешења на најоптималнији начин - наведе и објасни појам потпуне квадратне једначине, наведе и примјени формулу за рјешавање квадратне једначине - наведе дискриминанту квадратне једначине и објасни природу рјешења квадратне једначине у зависности од знака дискриминанте - наводи и објашњава Виетове формуле	Ученик ће бити способан да: - влада техником рјешавања простијих потпуних и непотпуних квадратних једначина - примјеном квадратних једначина рјешава једначине које се свode на њих - саставља квадратну једначину чија су рјешења позната - раставља квадратни трином на просте факторе - примјењује квадратну једначину на проблемских задатака	Ученик ће бити способан да: - поставља и анализира једноставнији проблем, испланира његово рјешавање одабиром одговарајућих математичких појмова и поступака, ријеша га те протумачи и вреднује рјешење и поступак; - примијени математичке појмове и поступке у различитим контекстима; - изгради ново математичко знање рјешавањем проблема и моделирањем ситуација;

- рјешава биквадратну једначину и једноставније једначине које се свode на квадратну - раставља квадратни трином на просте факторе - врши анализу и једноставнију примјену квадратних једначина		
---	--	--

6. Квадратна функција

Знања	Вјештине	Ставови/вриједности
Ученик ће бити способан да: - разумије, препознаје и идентификује појмове: функција, квадратна функција, домен, кодомен, нуле функције, знак функције, монотоност функције, парност функције - одређује нуле функције - црта график квадратне функције $y = x^2$ - влада техником цртања графика различитих аналитичких облика функције помјерајући график функције $y = x^2$, - одреди тјеме квадратне функције, процјени изглед графика на основу знака коефицијента a и дискриминанте D - влада техником читања координата тачака са графика функције и упоређује функције у зависности од коефицијената a, b и c	Ученик ће бити способан да: - влада техником цртања графика функције $y = x^2$ - влада техником цртања график функције $y = ax^2 + bx + c$, гдје су $b, c \neq 0$ - исказује особине квадратне функције посматрајући график - примјени знања о квадратној функцији на рјешавање проблемских задатака и задатака из струке	Ученик ће бити способан да: - конструктивно, аргументовано и креативно доприноси раду групе, усаглашавању и остварењу заједничких циљева; - планира вријеме за учење и организује процес учења и управља њим; - развија идеје, истраживачки дух и навике да слуша друге и аргументује свој став/мишљење; - користи информационе технологије за чување, презентацију и обраду података. - презентује и интерпретира рјешења у контексту датог проблема;

7. Квадратне неједначине

Знања	Вјештине	Ставови/вриједности
Ученик ће бити способан да: - разумије и објашњава појам неједначине и квадратне неједначине - помоћу знака квадратне функције одређује рјешења квадратне неједначине - записује рјешења неједначине у облику интервала (отворени, затворени, полуотворени интервали, унија интервала) - растави квадратни трином на просте факторе и одреди знак помоћу табеле - ријешава комплексније примјере неједначина помоћу табеле	Ученик ће бити способан да: -разумије и влада техником одређивања знака квадратног тринома помоћу графика квадратне функције - влада техником табеларног рјешавања квадратних неједначина и рационалних неједначина - записује рјешења квадратне неједначине у облику неједнакости реалних бројева и у облику интервала	Ученик ће бити способан да: - конструктивно, аргументовано и креативно доприноси раду групе, усаглашавању и остварењу заједничких циљева; - планира вријеме за учење и организује процес учења и управља њим; - развија идеје, истраживачки дух и навике да слуша друге и аргументује свој став/мишљење; - користи информационе технологије за чување, презентацију и обраду података. - презентује и интерпретира рјешења у контексту датог проблема;

8. Степен са рационалним експонентом

Знања	Вјештине	Ставови/вриједности
Ученик ће бити способан да: - опише и наведе примјер операције степеновања са рационалним експонентом - повезује операције степеновања и корјеновања, - коријене записује као степен са рационалним експонентом и обрнуто	Ученик ће бити способан да: - врши трансформације израза у којима се појављује степен са рационалним експонентом, поштујући правила степеновања - преводи изразе записане као коријен у степен са рационалним експонентом и обрнуто	Ученик ће бити способан да: - поставља и анализира једноставнији проблем, испланира његово рјешавање одабиром одговарајућих математичких појмова и поступака, ријеша га те протумачи и вреднује рјешење и поступак

- познаје правила степеновања са рационалним експонентом и примјењује их на рачунање вриједности израза	- познаје технике рачуна и са степенима и са коријенима и бира оптималнију технику за рјешавање конкретних проблема - рачуна вриједност израза са рационалним експонентом са или без употребе калкулатора	
---	--	--

9. Експоненцијална функција

Знања	Вјештине	Ставови/вриједности
Ученик ће бити способан да: - познаје, наводи и објашњава особине експоненцијалне функције: домен, кодомен, нуле, знак, монотоност, парност - црта график експоненцијалне функције $y = a^x$, гдје је $a > 1$ и $0 < a < 1$ - упоређује графике експоненцијалних функција са базама a и $\frac{1}{a}$ - наводи особине експоненцијалне функције - наводи и објашњава појам асимптоте, одређује асимптоту експоненцијале функције - црта график експоненцијалне функције облика $y = a^x \pm b$ транслацијом графика функције $y = a^x$ и наводи њене особине	Ученик ће бити способан да: - влада техником цртања графика експоненцијалне функције облика $y = a^x$ - влада техником цртања графика експоненцијалне функције облика $y = a^x \pm b$ - наводи особине експоненцијалне функције - примјењује знања о експоненцијалној функцији на рјешавање проблема из праксе - пореди и разумије појам експоненцијалног раста и опадања функције	Ученик ће бити способан да: - примијени математичке појмове и поступке у различитим контекстима; - изгради ново математичко знање рјешавањем проблема и моделирањем ситуација; - конструктивно, аргументовано и креативно доприноси раду групе, усаглашавању и остварењу заједничких циљева; - планира вријеме за учење и организује процес учења и управља њим; - развија идеје, истраживачки дух и навике да слуша друге и аргументује свој став/мишљење;

10. Појам и особине логаритма. Логаритамска функција

Знања	Вјештине	Ставови/вриједности
Ученик ће бити способан да: - дефинише појам логаритма - наведе и објасни када је логаритам дефинисан - одређује вриједност логаритма помоћу дефиниције (једноставнији примјери) - наведе, објасни (докаже) и примјени правила логаритмовања и антилогаритмовања - објасни појмове декадног и природног логаритма - помоћу калкулатора или адекватне апликације одреди вриједност декадног или природног логаритма - објасни појам инверзне функције - скицира график логаритамске функције на основу графика њене инверзне експоненцијалне функције ($y = \log_a x$, $a \in \{2, 3, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}\}$) - наведе особине логаритамске функције - повезује, развија и осмишљава примјену логаритамских функција на проблеме из праксе.	Ученик ће бити способан да: - рачуна вриједност логаритма без употребе калкулатора - познаје, наводи, објашњава и примјењује правила логаритмовања и антилогаритмовања - трансформише логаритамске изразе примјеном правила логаритмовања - влада техникама цртања графика логаритамске функције - помоћу графика логаритамске функције исказује особине (домен, кодомен, нуле, знак, монотоност, парност, асимптоте) - примјењује и препознаје примјену логаритама и логаритамске функције на примјерима из праксе (карактеристичним за одређену струку)	Ученик ће бити способан да: - користи информационе технологије за чување, презентацију и обраду података. - презентује и интерпретира рјешења у контексту датог проблема;

11. Експоненцијалне и логаритамске једначине и неједначине

Знања	Вјештине	Ставови/вриједности
Ученик ће бити способан да: - препознаје експоненцијалну једначину и неједначину - трансформише дату једначину и своди на елементарни облик $a^{f(x)} = a^{g(x)}$ - рјешава експоненцијалне једначине - рјешава експоненцијалне неједначине облика $a^{f(x)} > a^{g(x)}$ и дискутује рјешења у зависности од базе a - повезује, развија и осмишљава примјену експоненцијалних једначина и неједначина на проблеме из праксе - препознаје логаритамску једначину и неједначину - трансформише дату једначину и своди на елементарни облик $\log_a f(x) = \log_a g(x)$ - рјешава логаритамске једначине - рјешава логаритамске неједначине облика $\log_a f(x) > \log_a g(x)$ и дискутује рјешења у зависности од базе a - повезује, развија и осмишљава примјену логаритамских једначина и неједначина на проблеме из праксе	Ученик ће бити способан да: - влада техникама рјешавања разних типова експоненцијалних једначина и неједначина - влада техникама рјешавања разних типова логаритамских једначина и неједначина - записује рјешења неједначина у облику интервала реалних бројева или уније интервала	Ученик ће бити способан да: - користи информационе технологије за чување, презентацију и обраду података. - презентује и интерпретира рјешења у контексту датог проблема;

12. Мјерење и рачунање различитих статистичких величина на узорцима

Знања	Вјештине	Ставови/вриједности
Ученик ће бити способан да: - одреди аритметичку средину узорка - одреди медијану узорка - одреди мод узорка - одреди дисперзију узорка - одреди стандардну девијацију узорка	Ученик ће бити способан да: - влада техникама одређивања статистичких величина - интерпретира и дискутује резултате	Ученик ће бити способан да: - конструктивно, аргументовано и креативно доприноси раду групе, усаглашавању и остварењу заједничких циљева; - планира вријеме за учење и организује процес учења и управља њим; - развија идеје, истраживачки дух и навике да слуша друге и аргументује свој став/мишљење; - користи информационе технологије за чување, презентацију и обраду података. - презентује и интерпретира рјешења у контексту датог проблема;

ДИДАКТИЧКА УПУТСТВА И ПРЕПОРУКЕ - СМЈЕРНИЦЕ ЗА НАСТАВНИКЕ

Степен са цијелим експонентом

Посветити што више пажње усвајању појма степена и операцијама степеновања. Бирати разноврсне типове задатка. Ученике мотивисати да рачунају и памте (препознају) степене база 2,3,4,5... Увести појам записа броја у стандардном облику, наводити примјере великих и малих бројева познатих из других наука (физика, хемија, биологија, техника), затим вршити упоређивање тих бројева. Показати примјене степена при претварању мјерних јединица (обратити посебну пажњу на префиксе и мјерења у физици), примјене код појединих константи (маса честица, Болцманова константа, брзина свјетлости, Планкова константа, Авогадров број, ...). Указати на примјену степена базе 2 у рачунарству. Ученицима демонстрирати операцијеса степенима помоћу калкулатора (или рачунарских програма или апликација на мобилним телефонима).

Појам n -тог коријена и операције са коријенима

Појам n -тог коријена дефинисати проширивањем квадратног коријена, дефинисати аритметички коријен и објаснити разлику између аритметичког коријена и рјешења једначине $x^n = a$. Ниво сложености задатака прилагодити степену образовања ученика и захтјевима наставног програма из математике. Више часова одвојити за увјежбавање операција са коријенима.

Појам комплексног броја и основне операције

Формирање скупа комплексних бројева извести понављањем формирања скупова бројева $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{I}$, $\mathbb{R}$, поштујући принцип перманенције и затворености операција. Комплексне бројеве представити као уређене парове реалних бројева. Увести појам комплексне равни и представљање комплексних бројева у $\mathbb{C}$ равни. Операције са комплексним бројевима вршити у алгебарском облику, уз напомену да је збир, разлика, производ и количник два комплексна броја комплексан број. Споменути примјене комплексних бројева у електротехници (наизмјеничне струје), код геометрије фрактала, обрада сигнала, најљепша (Ојлерова) једначина у математици, ...

Синусна и косинусна теорема

Бирати што разноврсније задатке, различитих нивоа сложености, са акцентом на примјену у струци. Ученике подстицати на израчунавање вриједности тригонометријских функција са и без употребе калкулатора и анализирање рјешења. Будући да рјешавање највећег броја задатака помоћу косинусне теореме захтјева познавање квадратне једначине, водити се једноставнијим примјерима за које није неопходно познавање рјешавања потпуне квадратне једначине. Обим наставног садржаја у овој наставној теми прилагодити образовном профилу ученика.

Квадратни трином и квадратна једначина

Ученицима показати како се изводи формула за рјешавање квадратне једначине. Тежити да ученици овладају техником рјешавања квадратне једначине до аутоматизма. Комбиновати различите типове задатака, што више различитих примјера и задатака (са акцентом на примјере из праксе својствене струци ученика), како би се ученици привикли на све врсте могућих рјешења (и реалних и комплексних). Комбиновати методе рјешавања једначина како би се стекла рутина у рјешавању квадратне једначине на најоптималнији начин.

Квадратна функција

Поновити појам функције и особине функције (домен, кодомен, нуле, знак, монотоност). Увести појам парности функције и испитивања парности, али и препознавања графика парне и непарне функције. Користећи програме и математичке апликације, ученицима показати

промјене квадратне функције у зависности од коефицијената a , b и c . Цртање графика функције увјежбати до нивоа рутине, а при испитивању функције се максимално користити графиком функције. Разноврсним примјерима ученике навићи на свих шест могућих положаја квадратне функције у зависности од коефицијента a и дискриминанте D . Пронаћи што више примјера из практичног живота и других наука и наводити ученике на резонување таквих проблема математичким приступом. Показати примјену квадратне функције у физици (коси хитац, путања небеских тијела, ...), у грађевини (лук моста, виси мост ...), у спорту и неким другим наукама.

Квадратне неједначине

Комбиновати различите приступе рјешавању квадратне неједначине,. Инсистирати на савладавању формуле за растављање тринома на факторе и табеларном рјешавању неједначина. Разноврсним примјерима различитих тежина као и примјеном квадратне неједначине у рјешавању проблема употпунити слику о значају наставне теме.

Степен са рационалним експонентом

Поновити правила степеновања и основне операције са коријенима. Инсистирати на превођењу степена са рационалним експонентом у коријен и обрнуто. Комбиновати технике рјешавања задатака помоћу коријена и степена.

Експоненцијална функција

Континуирано градити знање о функцијама и њиховим особинама. Списку особина функција додати асимптотско понашање експоненцијалне функције. Помоћу математичких апликација ученицима представити понашање експоненцијалне функције са промјеном базе, анализирати колико на ток функције утиче промјена базе. Користити график и особине функције $y = a^x$ како би се стигло до графика и особина функција $y = a^x \pm b$. Особине ових функција „читати“ са графика. Повезати понашање експоненцијале функције са примјерима из живота и других наука (нпр. непрекидно обрачунавање камате и дефиниција броја e , размножавање вируса и бактерија, маса радиоактивне твари, ...).

Појам и особине логаритма. Логаритамска функција

Акцента ставити на појам, дефиницију и особине логаритма. У што већем обиму увјежбавати операције са логаритмима, бирањем разноврсних и сврсисходних примјера. Направити историјски осврт на појаву логаритама, наводећи што више примјера из науке и технике у којима се користе логаритми. Посебно нагласити значај декадног и природног логаритма и ученике научити да рачунају њихову вриједност помоћу калкулатора или адекватних апликација (споменути и логаритамске таблице). Дефинисати (обновити) појам инверзних функција и објаснити цртање графика инверзних функција. За скицање карактеристичних графика логаритамских функција $y = \log_2 x$ и

$y = \log_{\frac{1}{2}} x$ користити графике њима инверзних функција $y = 2^x$ и $y = (\frac{1}{2})^x$. Особине логаритамских функција „читати“ са графика. Навести неке од примјера логаритамске функције у другим наукама (форензика, економија, сеизмологија, ...).

Експоненцијалне и логаритамске једначине и неједначине

Поновити особине и правила степеновања и корјеновања и трансформације коријена у степен и обрнуто. Почети са рјешавањем једноставнијих примјера и елементарних типова експоненцијалних једначина и неједначина, и постепено уводити сложеније примјере, посебно задатке у којима се експоненцијалне једначине и неједначине свде на квадратне. Код неједначина које се свде на квадратне посветити се проблему враћања смјене. Инсистирати на одређивању области дефинисаности у логаритамским једначинама и неједначинама и провјери да ли рјешења припадају том скупу. Примјере уводити од лакших ка сложенијим, бирати што разноврсније задатке и демонстрирати карактеристичне технике рјешавања логаритамских једначина и неједначина. Пронаћи и показати примјере из других наука који се свде на експоненцијалне /логаритамске једначине и неједначине (обрачунавање камате, размножавање вируса и бактерија, маса радиоактивне твари, ...).

Мјерење и рачунање различитих статистичких величина на узорцима

Користити програме за табеларну обраду података. Бирати примјере које ученици могу да разумију и да се са њима повежу.

ОЦЈЕЊИВАЊЕ

Оцјењивање се врши у складу са Законом о средњем образовању и васпитању и Правилником о оцјењивању ученика у настави и полагању испита у средњој школи.

ИНТЕГРАЦИЈА

1. Физика, хемија, биологија, информатика
2. Стручни предмети
3. Практична настава

ИЗВОРИ

1. Уџбеник одобрен од стране Министарства просвјете и културе Републике Српске
2. Друга стручна литература и приручници
3. Интернет